

# Waerachtighe Beschryvinghe van het Nova-Zembla-effect

De eerst-geboekstaafde waarnemingen van het Nova-Zembla-effect - een lange-afstand luchtspiegeling - werden gedaan tijdens Willem Barents' derde tocht naar het Noorden (1596-1597). Een stralenganganalyse toont aan dat de drie sleutelobservaties, op 24-27 januari 1597, alle gesimuleerd kunnen worden met één enkele atmosferische temperatuurinversie. Ook blijkt dat het Nova-Zembla-effect zichtbaar kan zijn geweest over de centrale bergketen van het eiland. De door Gerrit de Veer gegeven richting waarin op 25 januari de schijnbare conjunctie tussen Jupiter en de maan werd gezien (noorden ten oosten) komt binnen één graad overeen met de berekende richting. De betrouwbaarheid van de waarnemingen, onderwerp van discussie gedurende vier eeuwen, lijkt hiermee aangetoond.



Figuur 1: Schets van het Nova-Zembla-effect op 16 februari 1894, door Fridtjof Nansen.

## DE EERSTE WAARNEMINGEN VAN HET NOVA ZEMBLA EFFECT

Het Nova-Zembla-effect is een sterke luchtspiegeling, veroorzaakt door een temperatuurinversie, waardoor hemellichamen zichtbaar kunnen worden, als ze zich een aantal graden onder de horizon bevinden. In zijn boek, *Waerachtighe Beschryvinghe van drie seylagien, ter werelt noyt soo vreemt ghehoort* (1-3), beschrijft Gerrit de Veer als eerste dit verschijnsel. De locatie was "het Behouden Huijs" op  $76^{\circ} 15'.4 N$   $68^{\circ} 18'.6 O$ . Hieronder volgen de drie sleutelobservaties.

1. Op 24 Januari 1597 zagen Gerrit de Veer, Jacob Heemskereck en nog een derde man, wiens naam niet wordt genoemd, een glimp van de zon, hoewel haar middelpunt op dat moment nog  $5^{\circ} 26'$  onder de horizon was. De terugkeer van de zon na de poolnacht werd pas twee weken later verwacht en het werd daarom nodig geacht de dagtelling te verifiëren.

2. Volgens de astronomische tabellen van Iosephus Scala (4) moest een conjunctie tussen Jupiter en de maan optreden in de vroege ochtend van de volgende dag, op 25 januari om 01:00 Veneti-

aanse zonnetijd (00:24 UT). In de woorden van De Veer: *wysagen gestadich op de voornoemde twee Planeten, datse altemet malcanderen naederde tot de Maen ende Iuppiter effen bouen den ander stonde, beyde int teecken van Taurus, ende dat des morgens te ses uren. Op die tijt was de Maen ende Iuppiter opt Compas by ons huijs conjunct noorden ten oosten [d.w.z. één streek of  $11^{\circ} 15' O$ ], ende het syden vant Compas was z.z.w., daer hadden wijt recht zuyden, de Maen out zijnde 8 dagen.*

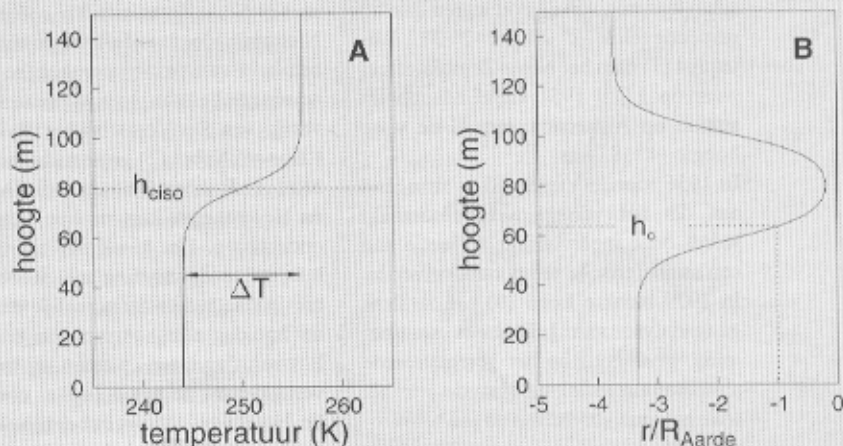
3. Een lichte nevel verhinderde dat zij de zon zagen gedurende de twee daaropvol-

SIEBREN Y. VAN DER WERF  
Kernfysisch Versneller Instituut,  
Zernikelaan 25, 9747 AA Groningen.

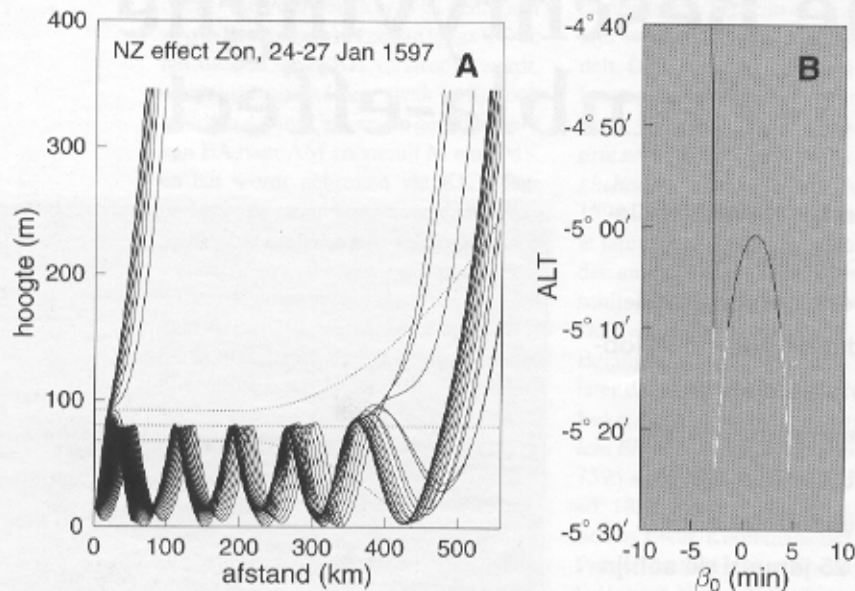
GÜNTHER P. KÖNNEN  
Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut, Postbus 201,  
3730 AE de Bilt.

WALDEMAR H. LEHN  
Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of Manitoba, Winnipeg, Canada R3T 5V6.

FRITS STEENHUISEN  
Arctisch Centrum, Rijksuniversiteit Groningen, Postbus 716, 9700 AS Groningen.



Figuur 2: A. Het temperatuurprofiel.  $h_{\text{iso}}$  is de hoogte van de centrale isotherm,  $\Delta T$  de temperatuursprong. B. De resulterende kromtestraal,  $r$ , van een horizontale lichtstraal ten opzichte van de straal van de aarde.  $R_{\text{aarde}}$ ;  $h_o$  is de hoogte waar een horizontale straal dezelfde kromming heeft als de aarde. Het Nova-Zembla-effect is een oscillatie van lichtstralen om  $h_o$ .



**Figuur 3.** A, Stralengang voor de zon (doorgetrokken) en isothermen voor 245 K, 250 K (centrale isotherm) en 255 K (onderbroken). B, Het verband tussen de schijnbare hoogte,  $\beta_0$ , gezien door de waarnemer, en de ware hoogte, ALT, van de lichtbron aan de hemel die de straal uitzendt. Het beeld van de zon, gezien door de waarnemer is een punt-op-punt afbeelding op de  $\beta_0$ -as van alle ALT-waarden, gedekt door de zon. Horizontale hoeken blijven bij deze transformatie onveranderd. Op de middag van 24 januari was de ware hoogte van het middelpunt van de zon  $-5^\circ 26'$  bij het Behouden Huijs. Het deel van de kromme dat door de zon gedekt wordt is aangegeven in wit.

gende dagen, maar zij verscheen weer op 27 januari, deze keer "in zijn volle rondicheyt". Haar middelpunt was nog  $4^\circ 41'$  beneden de horizon.

#### LATERE WAARNEMINGEN, VERKLARINGEN EN KRITIEK.

Omstreeks 1900 bevestigden waarnemingen van poolonderzoekers het bestaan van het Nova-Zembla-effect. Fridtjof Nansen (5) beschreef een waarneming op 16 februari 1894, op een breedte van  $80^\circ 01' N$  (figuur 1) en Shackleton (6), vastzittend in het ijs van de Weddellzee, zag de zon tot tweemaal toe terugkomen op 8 mei 1915. De ware (=geometrische) hoogten van de zon waren daarbij respectievelijk  $-2^\circ 22'$  en  $-2^\circ 37'$ . Liljequist (7) nam het Nova-Zembla-effect waar op 1 juli 1951 vanaf Maudheim station op Antarctica, terwijl de ware hoogte  $-4^\circ 18'$  was.

In 1956 toonde Visser (8) overtuigend aan dat het verschijnsel veroorzaakt wordt door meervoudige reflectie aan een atmosferische temperatuurinversie. In 1979 maakte Lehn (9) een stralenganganalyse van Liljequists waarneming, gebaseerd op het geregistreerde temperatuurprofiel, en slaagde erin het waargenomen beeld van de zon te reproduceren.

Het is interessant dat Johannes Kepler al in 1604, in zijn verhandelingen over optica (10), tot een verklaring kwam die in grote lijnen juist was. In zijn tijd dacht

men dat de atmosfeer een constante dichtheid had en zich uitstrekte tot een hoogte van ongeveer 4 km, scherp begrensd door de ether daarbuiten.

De meest waarschijnlijke verklaring voor het vroegtijdig verschijnen van de zon was nu, aldus Kepler, het optreden van meervoudige reflectie aan het grensvlak tussen de atmosfeer en de ether, analoog aan de manier waarop licht door breking een vlakke glasplaat kan binnentreden en zich binnen het glas via reflecties aan de wanden kan voortplanten. Op deze manier zou het mogelijk geweest zijn dat in plaats van de zon haar reflectie gezien was: *ut pro Sole idolum eius in Nova Zembla videri potuerit*.

Niettemin bleef twijfel over de betrouwbaarheid van de oorspronkelijke waarnemingen bestaan. In zijn geannoteerde versie van De Veers boek (1917) legt l'Honoré Naber (2) grote nadruk op een brief van Robbert Robbertsz die De Veer en Heemskerck kort na hun terugkeer ondervroeg. Het bleek dat zij, tijdens hun eerste ontmoeting met Robbertsz, niet in staat waren aannemelijk te maken dat hun dagtelling correct was geweest. Pas een dag later kwamen zij met het verhaal over de maan-Jupiter conjunctie. Het is wellicht niet onbegrijpelijk dat Robbertsz dit afdeed als een constructie achteraf. l'Honoré Naber deelt deze mening en suggereert ook dat de overwinteraars misschien de oude Juliaanse kalender hadden gebruikt in plaats van de nieuwe Gregoriaanse kalender die in

1582 was ingevoerd. Het verschil was toen 10 dagen en 24 januari oude stijl zou dus 3 februari nieuwe stijl zijn geweest. Misschien wel het meest ongeloofwaardig was dat Jupiter, ten tijde van zijn conjunctie met de maan, niet alleen onder de horizon stond maar ook nog schuiling achter de bergketen die centraal over het eiland loopt (2,3).

Tot op heden wordt De Veers journaal in kringen van historici als tamelijk onnauwkeurig beschouwd. Deze mening is voor een belangrijk deel gebaseerd op het negatieve oordeel van l'Honoré Naber.

Het idee dat De Veer de Juliaanse tijdsrekening zou hebben gebruikt mag intussen als weerlegd worden beschouwd: de overgrote meerderheid van de zonsdeclinaties, die De Veer vermeldt bij de uitwerking van positiebepalingen, zijn letterlijk terug te vinden in de tafels van De Medina (11) en van Barents (12) zelf. Conversie van Juliaanse naar Gregoriaanse dagtelling is in al deze gevallen uitgevoerd, zoals aangetoond door Van der Werf (13).

#### STRALENGANGBEREKENINGEN

Wij presenteren hier een analyse van de drie genoemde sleutelobservaties: de eerste waarneming van de zon op 24 januari 1597, de tweede op 27 januari toen zij gezien werd "in zijn volle rondicheyt" en tenslotte de conjunctie van Jupiter en de maan in de vroege ochtend van 25 januari. Voor al deze waarnemingen nemen we dezelfde temperatuurinversie aan. Onze analyse maakt gebruik van de methode zoals beschreven door Lehn (9,14), waarbij lichtstralen terugwaarts gevolgd worden van het oog van de waarnemer tot aan het hemellichaam dat ze uitzond. Wij generaliseren deze methode door toe te staan dat het temperatuurprofiel niet alleen afhangt van de hoogte,  $h$ , boven het aardoppervlak maar ook van de horizontale afstand,  $x$ .

Stralengangberekeningen kunnen exact gedaan worden, wanneer de brekingsindex,  $n(h,x)$ , overal bekend is als functie van  $h$  en  $x$ . De brekingsindex volgt uit het temperatuurprofiel op de gebruikelijke manier (9). Wij kiezen voor het temperatuurprofiel zelf een analytische vorm die geleend is uit de theorie van het electronengas waar hij bekend is als de Fermi-verdeling (figuur 2).

De verdeling wordt beschreven door vier grootheden:  $T_{\text{cno}}$  is de temperatuur van de centrale isotherm en  $h_{\text{cno}}(x)$  is de hoogte daarvan.  $\Delta T(x)$  is de temperatuursprong over de inversie. De parameter  $a(x)$  fungeert als schaalfactor om  $h_{\text{cno}}$  en bepaalt de steilheid van de temperatuursprong: 90% van de sprong vindt plaats over een breedte  $\Delta h = 6a$ . Verdere details worden gegeven in de



appendix aan het einde van dit artikel. Als een inversie alleen van  $h$  afhangt en voor alle afstanden  $x$  identiek is, kan hij geen licht geleiden dat van buiten komt. Wil een inversie licht kunnen invangen en verder geleiden, dan moet hij, gerekend vanaf de waarnemer, zwakker worden. Dit kan bereikt worden door de temperatuursprong,  $\Delta T$ , geleidelijk te laten afnemen met  $x$  ofwel door de inversiebreedteparameter,  $a$ , te laten toenemen. Rekentechnisch zijn beide methoden vrijwel equivalent. In onze studie kiezen we ervoor  $\Delta T$  constant te houden en laten  $a$  toenemen.

#### WAARNEMINGEN VAN DE ZON

De 1597 waarnemingen van de zon werden gedaan naar het Zuiden over de bevroren Kara Zee bij een ooghoogte van 14 m boven zeeniveau. We kiezen de hoogte van de centrale isotherm,  $h_{\text{iso}}$ , als 80 m, zijn temperatuur 250 K en de atmosferische druk op zeeniveau 1040 hPa. Voor de breedteparameter,  $a$ , kiezen we 5 m vanaf de waarnemer ( $x=0$ ) tot  $x=200$  km en laten hem daarna langzaam toenemen (figuur 3A).  $\Delta T$  wordt constant gehouden op 12 K.

Lichtstralen worden gevolgd over een afstand van 556 km (300 zeemijlen). Op dat punt zijn de stralen al door de inversie gebroken en hun verdere astronomische refractie ( $\approx 32'$ ) wordt berekend uit een standaard atmosfeer die continu op de inversieatmosfeer aansluit. We duiden de ware hoogte boven de horizon van de lichtstraal aan met  $ALT$  en de schijnbare hoogte, zoals de waarnemer die ziet, met  $\beta_0$ . Het verband tussen beide hoogten wordt getoond in figuur 3B. Beelden van de zon, zoals die bij het Behouden Huijs gezien kunnen zijn, gebaseerd op onze berekeningen, zijn afgebeeld in figuur 4, voor verschillende ware zonshoogten. Op de middag van 24 januari 1597 was de ware hoogte van de zon  $-5^\circ 26'$ , tussen afbeeldingen drie en vier (fig. 4, bovenste rij). Het Nova-Zembla-effect kan zichtbaar geweest zijn van 30 minuten voor tot 30 minuten na de middag waar het nog juist te zien was als in de eerste afbeelding (boven, links). Op 27 januari, aannemende dat de inversie identiek was, was een afgeplat maar duidelijk rondachtig beeld zichtbaar van 50 minuten voor tot 50 minuten na de middag, behalve gedurende een korte tijd om de middag zelf (afbeeldingen 11-15, onderste rij).

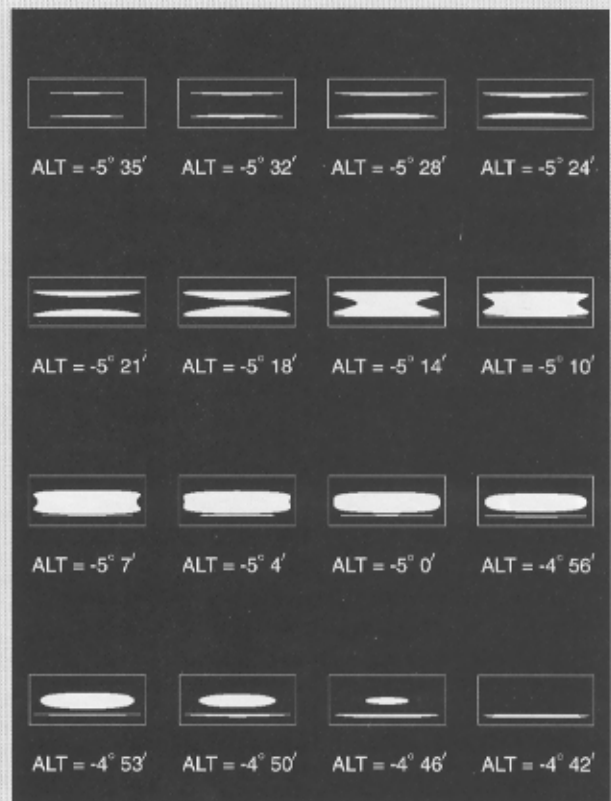
#### DE MAAN-JUPITER CONJUNCTIE

We analyseren nu de conjunctie tussen Jupiter en de maan. Met behulp van moderne programma's (15,16) voor hemelmechanica vinden we dat de conjunctie in ecliptische lengte plaats vond om 00:14 UT (00:50 Venetiaanse zonne-

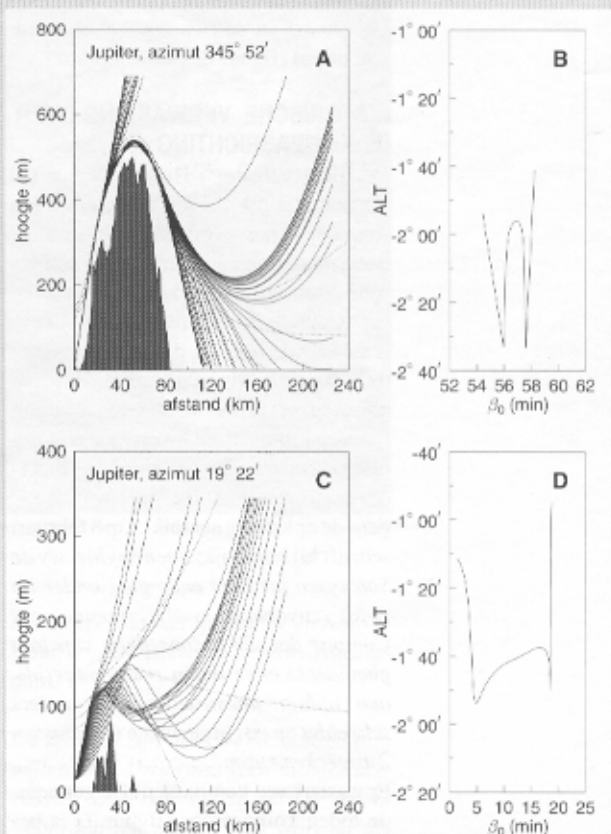
tijd), dicht bij Scala's (4) voorspelling, in azimuthale richtingen  $347^\circ 28'$  voor de maan en  $345^\circ 52'$  voor Jupiter. De schijnbare hoogte van de maan was  $1^\circ 14'$  en de stralengang van haar licht wordt nauwelijks door de inversie beïnvloed. Maar Jupiters ware hoogte was  $-2^\circ 02'$  en zijn licht moet over het centrale hoogland van Nova Zembla gebogen worden om bij het Behouden Huijs zichtbaar te zijn. Het hoogland is tamelijk structuurloos en mag beschouwd worden als een temperatuurschild. We mogen daarom aannemen dat de inversie ongeveer de contouren van het landschap volgde. In onze berekening wordt dit gemodelleerd door de hoogte van de centrale isotherm,  $h_{\text{iso}}$ , afhankelijk te maken van de afstand,  $x$ .  $\Delta T$  wordt weer vastgehouden op 12 K, zoals hiervoor. De inversie-breedteparameter  $a$  wordt weer op 5 m gesteld vanaf de waarnemer tot op de top van het hoogland ( $x=52$  km) en neemt daarna monotoon toe. Deze overgang nabij de heuveltop en de sterkere toename van  $a$  dan in het geval van de zon, kan gerechtvaardigd worden door de sterkere verticale lucht-menging, veroorzaakt door de opwaartse component van de wind, waarvan De Veer zegt dat hij westelijk was.

In figuur 5 wordt de stralengang getoond in de richting  $345^\circ 52'$ , waar de ecliptische conjunctie plaats vond om 00:14 UT en in de richting  $19^\circ 22'$  waar de azimuthale conjunctie optrad om 02:30 UT. Ook voor alle tussenliggende richtingen kan dezelfde inversie, aangepast aan de hoogte van de bergketen, Jupiters licht geleiden en bij het Behouden Huijs zichtbaar maken.

Figuur 6 laat het uitzicht zien vanaf het Behouden Huijs op zes verschillende tijden, vanaf 00:14 UT, het tijdstip van de ecliptische conjunctie tot 03:15 UT. Het beste criterium om het tijdstip van de ecliptische conjunctie vast te stellen was waarschijnlijk de situatie waarin Jupiter in lijn stond met de bijna rechte schaduwrand van de maan, die dicht bij haar eerste kwartier was. Maar het Nova-Zembla-effect tilt Jupiters beeld veel verder op dan de min of meer normale astronomische refractie dat met de maan doet. Op geen enkele manier kan het beeld op 00:14 UT, getoond als de meest linkse situatie in figuur 6, voor wat voor conjunctie dan ook aangezien worden. De oplijning van Jupiter met de schaduwrand

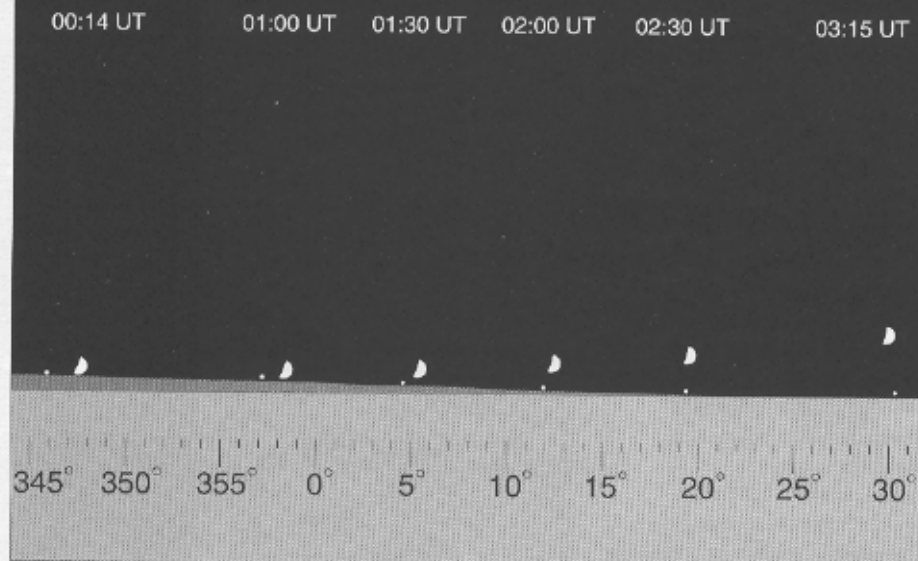


**Figuur 4:** Beelden van de zon, gezien vanaf het Behouden Huijs, berekend via het  $\beta_0$  vs. ALT verband in figuur 3B voor verschillende ware hoogten. De kaders meten 35x15 boogminuten, en hun onderkant geeft de berekende schijnbare horizon aan.



**Figuur 5:** Stralengang en  $\beta_0$  vs. ALT verbanden voor Jupiter op de tijdstippen van de ecliptische conjunctie (A,B) en de azimuthale conjunctie (C,D). De isothermen (onderbroken lijnen) zijn voor 245, 250 en 255 K. Stralen worden berekend over afstanden van 225 km (A) resp. 185 km (C). Jupiters ware hoogten vanaf het Behouden Huijs zijn  $ALT = -2^\circ 02'$  (A,B) resp.  $-1^\circ 40'$  (C,D). De  $\beta_0$  vs. ALT krommen (B,D) zijn smal en hoewel Jupiters beeld meervoudig is, schijnt het beeld voor het blote oog enkel.

## JUPITER-MAAN CONJUNCTIE 25 Jan 1597



**Figuur 6:** Zicht in noordelijke richting vanaf het Behouden Huijs in de vroege ochtend van 25 januari 1597. De schijnbare posities van Jupiter en de maan en ook het aanzicht van de bergketen werden berekend voor dezelfde temperatuurinversie. De maan is gestokend op tweemaal ware grootte. De ingetekende kompasschaal geeft ware richtingen, niet magnetische.

van de maan vond pas plaats om 02:00 UT en wel in de richting  $12^\circ$  oostelijk van noord (figuur 6, vierde situatie).

### HISTORISCHE VERWARRING OVER DE KOMPASRICHTING

Beke (3) en later l'Honoré Naber (2) namen aan dat de juiste richting één streek west van noord moet zijn geweest: dat is de richting waarin de ware ecliptische conjunctie optrad en, bij een magnetische variatie van twee streken west, is dat ook de richting die op een magnetisch kompas als één streek oost van noord afgelezen wordt. Het is amusant dat deze toevallige overeenkomst zo lang de eenvoudige oplossing heeft verduisterd, waarvoor De Veer zelf overigens de oplossing aanreikt. Op 8 februari schrijft hij namelijk: *doen saghen wy de Son rysen int ZZO ende ging onder int zuydt zuydtwest, welverstaende opt Compas dat wy by ons huijs van loot ghemaect ende opten rechten meridiaen aldaer ghestelt hadden, anders scheeldet op ons alghemeen Compassen 2 streecken ruijm.*

Er waren twee kompassen! De genoemde loden kompasroos (figuur 7) is bewaard gebleven en bevindt zich nu in de verzameling van het Rijksmuseum te Amsterdam (17). Het "alghemeen compas" was het scheepskompas. De Veers aanduiding als noorden ten oosten ( $11^\circ 15'$  Oost) is dus een ware peiling en niet een magnetische. Zij komt binnen een graad overeen met ons berekend resul-

taat.

Bij het Behouden Huijs loopt de plaatselijke middelbare tijd 04:33 uur voor op UT. De tijdsvereffening van -13 minuten in aanmerking nemend was, op het moment van de schijnbare conjunctie, de plaatselijke zonnentijd dus 06:20. Zonder de zon gezien te hebben, met uitzondering van een kort moment op de middag van de voorafgaande dag, plaatst De Veer de conjunctie op ongeveer zes uur in de ochtend.

### SAMENVATTING EN CONCLUSIE

We hebben aangetoond dat de drie sleutelobservaties van het Nova-Zembla-effect op 24-27 januari 1597, zoals beschreven door Gerrit de Veer, kunnen worden verklaard door één enkele, realistische, temperatuurinversie aan te nemen. Details als het juist zichtbaar zijn van de zon op de 24ste en het rondachtige beeld op de 27ste volgen op natuurlijke wijze uit de berekeningen. Langs de noordelijke horizon kan Jupiter zichtbaar geweest zijn door dezelfde temperatuurinversie.

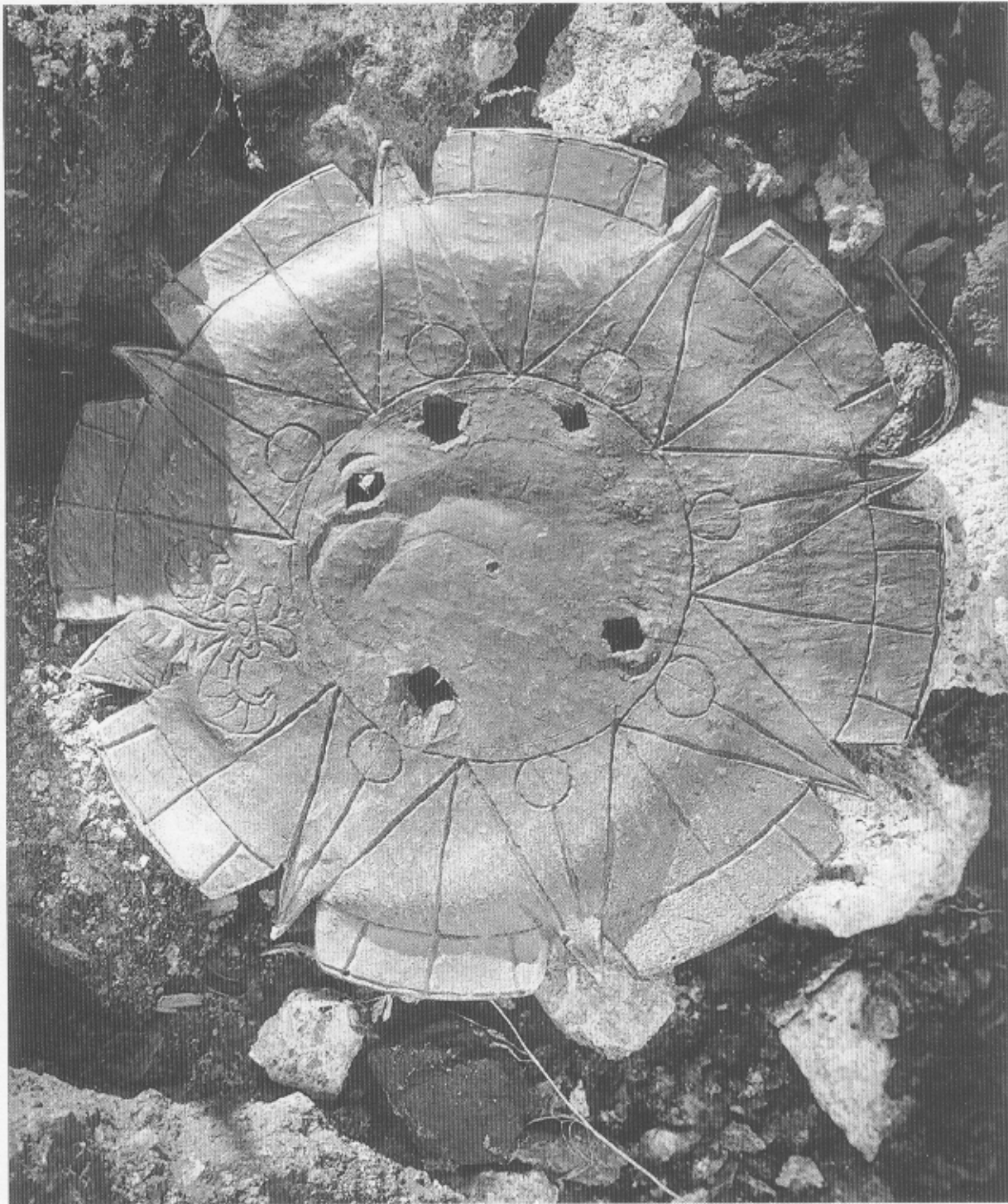
We vinden dat het Nova-Zembla-effect ook kan optreden over een glooiend hoogland zoals de centrale bergketen van Nova Zembla. Het resultaat is dat Jupiters beeld opgetild wordt ten opzichte van de maan, waardoor de schijnbare conjunctie vertraagd wordt en pas optreedt bij één streek oost van noord, terwijl de ware conjunctie één streek west van noord plaats vond.

Wij besluiten dat De Veers verslag van deze merkwaardige gebeurtenissen, "ter werelt noyt soo vreemt ghehoort", inderdaad een "waerachtighe beschryvinghe" is.

### REFERENTIES

1. De Veer, G., *Waerachtighe Beschryvinge van drie seylagiën ter werelt noyt soo vreemt ghehoort*, Claes Claesz. Amsterdam, 1598. Engelse vertaling: *The true and perfect description of three voyages, so strange and woonderfull that the like has neuer been heard of before*, T. Pauier, London, 1609.
2. l'Honoré Naber, S. P., *Reizen van Willem Barents, Jacob van Heemskerck, Jan Cornelisz Rijk en anderen naar het Noorden (1594-1597)*, Publicaties van de Linschoten Vereniging, Vols. XIV en XV. Martinus Nijhoff, 's Gravenhage, 1917.
3. Beke, Ch. T., *The three voyages of Willem Barents to the arctic regions (1594, 1595 and 1596) by Gerrit de Veer*, First ed. 1853., Second ed. with an Introduction by Lieut. Koolemans Beynen, 1876. Gedrukt voor de Hakluyt Society, London.
4. Scala, I., *Ephemeridae*, Venetië, 1589.
5. Nansen, F., *Fram over polhavet: den Norske polarfaerd 1893-1896*; med en tillæg af Otto Sverdrup, H. Aschehoug, Kristiania (Oslo), 1897. Nederlandse vertaling: Maurits Snellen, *In Nacht en Ijs*, Sijthoff, Leiden, 1897.
6. Shackleton, E., *South-The story of Shackleton's last expedition (1914-1917)* MacMillan, New York and London, 1920.
7. Liljequist, G. H., *Refraction phenomena in the polar atmosphere*, Scientific results, Norwegian-British-Swedish Antarctic expedition, 1949-52, Vol. 2, Part 2, Oslo University, Oslo, 1964.
8. Visser, S. W., *The Novaya Zemlya Phenomenon*, Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Proceedings, Series B LIX, 375-385, 1956.
9. Lehn, W. H., *The Novaya Zemlya Effect: an Arctic Mirage*, Journal of the Optical Society of America 69, 776-781 (1979).
10. Kepler, J., *Ad Vitellionem Paralipomena, quibus Astronomiae pars optica traditur*. Claude Marne en Erven Johannes Auber, Frankfurt, 1604. Heruitgave: Gesammelte Werke band II, Ed. W. von Dyck en M. Caspar, C.H. Beck'sche Verlagsbuch-handlung, München, 1939.
11. De Medina, P., *Arte de Navegar*. Valladolid, 1545. Franse vertaling door Nicolas de Nicolai: *L'art de Naviguer*, Guillaume Rouille, Lyon, 1554. Nederlandse vertaling door Michiel Coignet, *De Zeevaart oft Conste van ter Zee te varen. Uitgebreid met noch een ander*





Figuur 7: De loden kompasroos die bij het Behouden Huijs opten rechten meridiaen ghestelt was.

nieuwe Onderwijsinghe op de principaelste punten der Navigatien, Antwerpen, 1580. Facsimile-uitgave van de Franse editie: Ugo Mursia editore, Milano, 1988.

12. Barents, W., *Nieuwe Beschryvinghe ende Caertboeck vande Midlandtsche Zee*. Cornelis Claesz, Amsterdam, 1595.

13. Van der Werf, S.Y., *Astronomical observations during Willem Barents's third voyage to the North (1596-1597)*, *Arctic* **51**, 142-154 (1998).

14. Lehn, W. H., German, B. A., *Novaya Zemlya Effect: Analysis of an Observation*, *Applied Optics* **20**, 2043-2047 (1981).

15. Marriott, C.A., Computer programma *SkyMap*, PC-versie onder Windows. Verkrijgbaar van de auteur: 9 Severn Road, Culcheth, Cheshire WA3 5ED, UK. Ongeregistreerde versies kunnen worden gevonden op het internet.

16. Schimpf, S., Computer programma *CyberSky*, PC-versie onder Windows. Ongeregistreerde versies kunnen worden gevonden op het internet.

17. Braat, J., Gawronski, J. H. G., Kist, J. B., Van de Put, A. E. D. M., Sigmund, J. P., *Behouden uit het Behouden Huijs. Catalogus van de voorwerpen van de Barentsexpeditie (1596)*, gevonden op *Nova Zembla. De Rijksmuseumcollec-*

*tie, aangevuld met Russische en Noorse vondsten*, De Bataafse Leeuw, Amsterdam, 1998.

*De auteurs zijn dank verschuldigd aan wijlen Yge Draaisma voor talrijke discussies over de vraag of De Veers "noorden ten oosten" als ware of als magnetische peiling moest worden opgevat.*

*Dit artikel werd eerder gepubliceerd in "Nederlands Tijdschrift voor Natuurkunde", 66e jaargang (2000), p. 120.*

## APPENDIX

### A) Schematisch model van het Nova-Zembla-effect.

De kromming,  $c$ , van een lichtstraal in de atmosfeer is evenredig met de gradient van de brekingsindex,  $n$ . Als deze alleen afhangt van de hoogte,  $h$ , boven het aardoppervlak en niet van de horizontale afstand,  $x$ , dan is:

$$c \equiv \frac{1}{r} = \cos(\beta) \frac{1}{n} \frac{dn}{dh} \quad (1)$$

waar  $r$  de krommingsstraal van het licht is en  $\beta$  de hoek die de straal maakt met de lokale horizontaal. De kromming is hol ten opzichte van het middelpunt van de aarde als  $r < 0$  en bol als  $r > 0$ . Als  $\beta$  klein is, in de orde van enkele boogminuten, dan geldt bij goede benadering:

$$\frac{d^2 h}{dx^2} = \frac{1}{R_{Aarde}} + \frac{1}{r} \quad (2)$$

Veronderstel dat er een bepaalde hoogte,  $h_0$ , bestaat waarvoor geldt:  $1/r(h_0) = -1/R_{Aarde}$ , zodat het rechterlid van bovenstaande vergelijking nul wordt, zoals geïllustreerd in figuur 2. Een horizontale lichtstraal op die hoogte zal horizontaal blijven langs het aardoppervlak zolang aan deze voorwaarde is voldaan. Reeksontwikkeling van  $1/r$  om  $h_0$  geeft in eerste orde:

$$\frac{d^2 (h - h_0)}{dx^2} = -\frac{1}{r^2} \left( \frac{dr}{dh} \right)_{h=h_0} (h - h_0) \quad (3)$$

Als  $(dr/dh)_{h=h_0}$  positief is heeft vgl. 3 harmonische oscillaties om  $h_0$  als oplossing. Dit is het Nova-Zembla-effect.

### B) Stralengangberekening.

In poolcoördinates,  $(R, \varphi)$ , geldt voor iedere kromme:

$$\frac{dR}{d\varphi} = R \tan(\beta) \quad (4)$$

$$\frac{d\beta}{d\varphi} = 1 + \frac{1}{r} \frac{R}{\cos(\beta)} \quad (5)$$

Hier is  $\beta$  het complement van de hoek tussen de voerstraal en de kromme in het punt  $(R, \varphi)$ . In ons geval is de oorsprong het middelpunt van de aarde en de kromme is het pad van de lichtstraal.  $\beta$  is dus de hoek van de lichtstraal met de lokale horizontaal, zoals boven. Dit stelsel van twee gekoppelde differentiaal-vergelijkingen voor  $R$  en  $\beta$  met  $\varphi$  als variabele is geschikt voor numerieke oplossing, b.v. via 4<sup>de</sup> orde Runge-Kutta. Voorwaarde is dat in ieder punt de kromtestraal  $r = r(R, \beta, \varphi)$  kan worden gevonden uit een fysisch model. De brekingsindex volgt uit:

$$n(h, x) = 1 + \frac{AP(0, x)}{T(h, x)} \exp\left[-B \int_0^h \frac{g(h')}{g(0)} \frac{dh'}{T(h', x)}\right] \quad (6)$$

waarin  $T(h, x)$  het temperatuurprofiel is en  $P(0, x)$  the atmosferische

druk op zeeniveau.  $g(h)$  is de zwaartekrachtsversnelling op hoogte  $h$ .  $A = 7.872 \cdot 10^5$  K/hPa en  $B = 3.41636 \cdot 10^2$  K/m. De kromming is dan:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{n(h, x)} \left[ \cos(\beta) \frac{\partial n(h, x)}{\partial h} - \sin(\beta) \frac{\partial n(h, x)}{\partial x} \right] \quad (7)$$

Een handige parametrisatie van het temperatuurprofiel, in analytische vorm, is de Fermiverdeling, bekend uit de theorie van het electronengas. Dezelfde functie staat in de kernfysica bekend als de Woods-Saxon vorm:

$$T(h, x) = (T_{\text{iso}} - \Delta T(x) / 2) + \frac{\Delta T(x)}{1 + \exp[-(h - h_{\text{iso}}(x)) / a(x)]} \quad (8)$$

Hier is  $T_{\text{iso}}$  de temperatuur van de centrale isotherm en  $h_{\text{iso}}(x)$  is de hoogte daarvan.  $\Delta T(x)$  is de temperatuursprong over de inversie en  $a(x)$ , de diffuseness, bepaalt de breedte van de sprong.

### C) Hoogten, azimuts en de kantelhoek van de maan.

Op verschillende plaatsen in onze analyse hadden wij de ware hoogte en het azimut van een hemellichaam nodig. Ook de hoek die de maan maakt met de verticaal van de waarnemer, de hoek waarover hij lijkt te zijn gekanteld, speelt een belangrijke rol in de reconstructie van het tijdstip waarop Jupiter en de maan schijnbaar conjunct waren. Wij vatten daarom samen hoe deze grootheden worden berekend.

Declinaties en uurhoeken werden gevonden met behulp van moderne computer programmas voor hemelmechanica (15,16). Uit een gegeven declinatie,  $DEC$ , en lokale uurhoek,  $LHA$ , van het hemellichaam en de breedte,  $LAT$ , van de waarnemer, volgen de hoogte,  $ALT$ , en het azimut,  $AZ$ , uit de welbekende formules:

$$\sin(ALT) = \sin(DEC) \sin(LAT) + \cos(DEC) \cos(LAT) \cos(LHA) \quad (9)$$

$$\sin(AZ) = \cos(DEC) \sin(LHA) / \cos(ALT) \quad (10)$$

Veel minder bekend is de uitdrukking voor de hoek waarover de schaduwrand van de maan kijkt te zijn gekanteld ten opzichte van de verticaal van de waarnemer. In de boldriehoek  $ZMS$ , waar  $Z$  het zenit is van de waarnemer,  $M$  de maan en  $S$  de zon, wordt deze kantelhoek gevonden als  $TILT = 90^\circ - ZMS$ , en hij kan worden uitgedrukt in de hoogten van de maan en de zon en hun azimutverschil,  $\Delta AZ = AZ_M - AZ_S$ :

$$\tan(TILT) = \frac{\cos(ALT_M) \sin(ALT_S) - \sin(ALT_M) \cos(ALT_S) \cos(\Delta AZ)}{\cos(ALT_S) \sin(\Delta AZ)} \quad (11)$$