de heliakische opkomsten en ondergangen van de sterren

Jean Meeus, J. W. Schippers, G. P. Können

Er zijn gevallen waarbij je in allerlei wiskundige tierelantijnen terecht komt, indien je een 'pluizer' bent. Zulk een geval nu hebben we in de Sterrengids van 1968 opgemerkt in het stukje 'Voorspel zelf de hemelverschijnselen' op bladz. 53, waar het over de jaarlijkse opschuiving der sterrenbeelden gaat, met als voorbeeld de ster Aldebaran. Hij stond er dan wéér in, die vreemde vergissing!

Het betreft een alleraardigst, instructief geschreven stukje, dat we niet gaarne in de Sterrengids zouden missen. Hierin wordt een – laten wij zeggen – met zijn liefhebberij beginnende sterrenvriend, aangespoord op een mooie juni-morgen het warme bed te verlaten om zich met een blik op de oostelijke hemel te overtuigen dat Aldebaran wederom zichtbaar is geworden. Op zichzelf niets bijzonders en astronomisch van geen belang. Maar in de maand juni kàn dat nu eenmaal niet op onze breedtegraad. Dat moeten wij een maandje uitstellen!

Laten we het een beetje leuk voorstellen. Kijk, daar gaat de adspirant amateur-astronoom nog wat rillerig in de vroege morgenschemering van de juni-dag. Hij – de 'waarnemer op aarde' – gaat zich het 'overtuigend bewijs' verschaffen dat de zon tussen april en juni (in mei dus) aan Aldebaran is voorbijgegaan, zoals de Sterrengids hem dit zo aantrekkelijk voorhoudt! Straks zal hij terug komen en wellicht een fraaie zonsopgang hebben gezien voor z'n moeite. Maar wat Aldebaran betreft niet erg overtuigd zijn. Eensklaps begrijpt hij dan ook, dat hij zijn waarneming beter had kunnen uitstellen en dat de 'n' van juni, de 'l' van juli had moeten wezen. En u voelt het al aankomen, dat de man voor niets is opgestaan, tenzij hij er eens over gaat nadenken, de sterrengids opslaat, gaat rekenen, passen en meten, want dan is er nog genoeg van te leren.

Over een tijdvak van 23 jaren heeft de Sterrengids de liefhebbers goedsmoeds bij de neus gehad met dit leuke stukje!

De werkelijkheid is, dat de zon eerst op 1 juni bij Aldebaran aankomt. Zijn dagboog blijft daarna nog toenemen en hij blijft nog geruime tijd in de hogere declinaties hangen. De schemeringsduur is maximaal, en de ster heeft de gehele maand juni nodig om zich uit de zonnestralen te bevrijden. Hij wordt dan ook pas in de tweede week van juli redelijk zichtbaar.

De 'fout', die in de uitgave voor 1969 verbeterd is, verscheen voor het eerst in 1945–1946; vermoedelijk werd hij in 1944 geschreven. Mogen we het Dr. Raimond kwalijk nemen dat hij zich eens een keer vergiste in zo'n bange tijd?

Het loont de moeite even bij het probleem stil te staan.

We kunnen ons eerst afvragen op welke datum van het jaar de zon en een bepaalde ster tegelijkertijd opkomen. Dit noemt men de *kosmische opkomst* van de ster. In het geval van Aldebaran en voor 52° noorderbreedte is dit 11 juni (zie verder).

Maar in de horizon kunnen de sterren niet gezien worden. Wij moeten er een hoogte boven de kim aan geven waarop zij zichtbaar zouden kunnen zijn, bijvoorbeeld drie graden. Bovendien moet de zon een passende diepte ònder de horizon hebben, wil de ster in de heldere schemering voor het blote oog zichtbaar worden. Deze diepte is van diverse factoren afhankelijk:

1. van de helderheid van de ster;
2. van het verschil in azimut tussen de ster en de onder de horizon staande zon;
3. van de kleur van de ster;
4. van de doorzichtigheid van de lucht.

De waarneembaarheid van de ster is dus een ietwat ingewikkelde zaak. We hebben een zonsdiepte van 7° aangenomen. Voor Aldebaran is dit misschien wat te optimistisch. Doch een hemellichaam zoals Sirius, die bijna twee magnituden helderder is dan Aldebaran, en die boven de horizon verschijnt ver van de plaats waar de zon opkomt *, is bij een zonsdiepte kleiner dan 7° reeds zichtbaar.

Onder dit voorbehoud is het mogelijk de zg. *heliakische opkomst* van de helderste sterren door berekening te verkrijgen, dus een datum te vinden waarop een bepaalde ster 's morgens weer zichtbaar wordt. Laten we eerst berekenen op welk uur sterretijd de ster 3° boven de horizon staat. (We houden geen rekening met de atmosferische refractie). De bekende formule is

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \tag{1}$$

Hierin is h de hoogte van de ster (in ons geval dus 3°), φ de breedte van de waarnemer (+52°), δ de declinatie, en t de uurhoek van de ster. Deze formule laat ons toe t te berekenen, en vervolgens de sterretijd: $\theta = t + \alpha$, waar α de rechte klimming van de ster is. Voor Aldebaran hebben we:

$\alpha = 4^h\,34^m\,00^s \qquad \delta = +16°\,26'\,36''$

Dit zijn de coordinaten voor het midden van het jaar 1966. We hebben een jaar gekozen dat midden tussen twee schrikkeljaren ligt. Formule (1) geeft dan, met $h = 3°$ en $\varphi = 52°$,

$\cos t = -0{,}28911, \qquad t = -7^h\,07^m\,13^s.$

We beschouwen de uurhoeken t als zijnde begrepen tussen —12 uur en +12 uur (tussen —180° en +180°). De gevonden waarde van cos t geeft twee oplossingen voor t: een negatieve die betrekking heeft op de opkomst van de ster, en een positieve die overeenkomt met zijn ondergang. Immers, op de dagboog van de ster zijn er *twee* punten die 3° boven de horizon staan: één in het oosten en één in het westen. In ons voorbeeld moeten we de negatieve waarde van t nemen.

Merken we terloops op dat het werk *Seven-figure Trigonometrical Tables for Every Second of Time*, uitgegeven door Her Majesty's Stationery Office, Londen, de goniometrische functies geeft (met zeven decimalen) van de hoeken uitgedrukt in *tijd*maten. Met behulp van dit boek is het in de berekeningen niet meer nodig de tijdmaten (uren, enz.) eerst om te zetten in graden.

Hernemen we ons voorbeeld met Aldebaran. De gezochte sterretijd is

$\theta = t + \alpha = -7^h\,07^m\,13^s + 4^h\,34^m\,00^s = -2^h\,33^m\,13^s = 21^h\,26^m\,47^s.$

De volgende vraag is: wanneer staat op dit uur sterretijd de zon 7° onder de horizon? Op welke datum gebeurt dit? Op de gegeven sterretijd θ heeft de ecliptica, voor de waarnemer op geografische breedte φ, een welbepaalde stand ten opzichte van de horizon. Het moet dus mogelijk zijn op deze ecliptica een punt te vinden dat zich 7° onder de horizon bevindt.

Formule (1) geldt eveneens voor de zon. We schrijven ze als volgt:

$$\sin h_0 = \sin \varphi \sin \delta_0 + \cos \varphi \cos \delta_0 \cos (\theta - \alpha_0)$$

waar δ_0, enzovoort, nu op de zon, en niet op de ster, betrekking hebben. In deze vergelijking zijn er *twee* onbekenden, namelijk α_0 en δ_0. Maar we wensen slechts één enkele onbekende: de lengte van de zon op de ecliptica. Om van het equatoriale stelsel af te komen vervangen we eerst, volgens het bekende recept, $\cos(\theta - \alpha_0)$ door $\cos \theta \cos \alpha_0 + \sin \theta \sin \alpha_0$. We bekomen aldus:

$$\sin h_0 = \sin \varphi \sin \delta_0 + \cos \varphi \cos \delta_0 \cos \theta \cos \alpha_0 + \cos \varphi \cos \delta_0 \sin \theta \sin \alpha_0.$$

Anderzijds gelden voor de zon, die zich op de ecliptica bevindt, de volgende betrekkingen (zie de boeken over sferische strerenkunde):

$$\sin \delta_0 = \sin \varepsilon \sin \lambda_0$$
$$\cos \delta_0 \cos \alpha_0 = \cos \lambda_0$$
$$\cos \delta_0 \sin \alpha_0 = \cos \varepsilon \sin \lambda_0$$

waar ε de helling is van de ecliptica op de hemelequator (helling van de aardas), en λ_0 de lengte van de zon langs de ecliptica. Zetten we deze uitdrukkingen in de laatste formule, dan komt er

* Op 26 augustus, datum van de berekende heliakische opkomst van Sirius (zie de tabel), is de declinatie van de zon gelijk aan +11°, terwijl Sirius zelf op —17° ligt.

$\sin h_0 = (\sin \varphi \sin \varepsilon + \cos \varphi \cos \varepsilon \sin \theta) \sin \lambda_0 + \cos \varphi \cos \theta \cos \lambda_0$

Dit is de betrekking die er bestaat tussen de breedte φ, de helling ε van de ecliptica, de hogergevonden sterretijd θ, de hoogte h_0 van de zon boven de horizon, en zijn lengte λ_0.
Kortheidshalve zetten we

$$S = \sin \varphi \sin \varepsilon + \cos \varphi \cos \varepsilon \sin\theta$$
$$C = \cos \varphi \cos \theta \qquad (2)$$

Alle grootheden in het rechterlid zijn bekend, dus S en C zijn bekende getallen. Dit geeft:

$$S \sin \lambda_0 + C \cos \lambda_0 = \sin h_0 \qquad (3)$$

Voer nu een hulphoek A in waarvan de tangens gelijk is aan C/S, zodat $\cos A = S/\sqrt{S^2+C^2}$. Deel de twee leden van vergelijking (3) door S en vermenigvuldig met $\cos A$. Dan volgt na twee stappen middelbare school-trigonometrie

$$\sin (\lambda_0 + A) = \sin h_0/\sqrt{S^2+C^2} \qquad (4)$$

In het voorbeeld van Aldebaran wordt de vergelijking

$$-0{,}03660 \sin \lambda_0 + 0{,}48313 \cos \lambda_0 = -0{,}12187 \qquad (5)$$

De hulphoek A volgt uit $\text{tg}\, A = C/S = -13{,}20$; dit geeft voor A een oplossing in het tweede of vierde kwadrant, maar omdat $\cos A$ negatief is (zie boven), is die in het tweede slechts juist: $A = 94°20'$. Getallen invullen in (4) geeft $\sin (\lambda_0 + A) = -0{,}25153$. Dit geeft voor de hoek $(\lambda_0 + A)$ twee waarden, dus ook voor λ_0 (100°14′ en —108°54′). We moeten de goede kiezen! Met een beetje voorstellingsvermogen loopt men niet zo gauw de kans een verkeerd stuk van de ecliptica te berekenen. Daar de Zon-Aldebaran conjunctie op 1 juni plaats vindt, mogen we verwachten dat de ster 's morgens weer zichtbaar wordt tegen het einde van juni of begin juli, dus wanneer de zon nabij het zomerpunt van de ecliptica staat ($\lambda_0 = +90°$). De juiste waarde voor de lengte van de zon is dus 100° 14′, die hij bereikt op 2 juli. Op deze datum staat Aldebaran dus 3° boven de oostelijke horizon op het ogenblik dat de zon zich 7° onder deze horizon bevindt.

Op dezelfde manier kan men het einde van de avondzichtbaarheid berekenen, t.t.z. de datum waarop $h = +3°$ en $h_0 = -7°$ t.o.v. de *westelijke* horizon. In dit geval liggen de uurhoeken tussen 0 en + 12 uur.

Men kan ook van een bepaalde ster het tijdstip berekenen van de *kosmische* opkomst (of ondergang), dus de datum waarop de ster en het middelpunt van de zon tegelijkertijd opkomen (of ondergaan). Houden we weer geen rekening met de refractie, dan heeft men $h = h_0 = 0$; de formules worden veel eenvoudiger.

We hebben de berekeningen uitgevoerd voor enkele heldere sterren. De resultaten vindt u in de tabel; ze gelden strikt genomen voor het jaar 1966, doch voor de andere jaren tussen zeg 1940 en 2000 zal het verschil hoogstens twee dagen bedragen. In de tabel vindt u achtereenvolgens:
- de naam en de benaming van de ster;
- zijn declinatie δ, en zijn breedte β t.o.v. de ecliptica, in graden;
- de datum van zijn conjunctie (in rechte klimming) met de zon;
- het tijdstip T_1 van de kosmische opkomst;
- het tijdstip T_2 van de heliakische opkomst;
- het tijdstip T_3 van de heliakische ondergang;
- het tijdstip T_4 van de kosmische ondergang.

Uit de tabel blijkt dat sommige sterren, bijvoorbeeld Altaïr en Arcturus, 's morgens alweer te voorschijn komen, terwijl ze 's avonds nog niet in de schemering zijn verdwenen. Andere, zoals Fomalhaut en Sirius, blijven in onze streken vier of vijf maanden voor het blote oog onzichtbaar.

Voor Regulus vallen de tijdstippen T_1 en T_4 vrijwel samen met dat van de conjunctie met de zon, wat te verwachten was: de ster staat vlak bij de ecliptica.

ster		δ	β	conj.	T_1	T_2	T_3	T_4
Altaïr	α Aql	+ 9	+29	jan 15	dec 7	dec 23	feb 1	feb 13
Fomalhaut	α PsA	—30	—21	mrt 3	mei 23	jun 22	jan 20	feb 5
Diphda	β Cet	—18	—21	apr 1	mei 29	jun 23	feb 26	mrt 10
Hamal	α Ari	+23	+10	apr 24	mrt 15	apr 29	apr 22	mei 6
Alcyone	η Tau	+24	+ 4	mei 20	mei 8	jun 9	mei 10	mei 25
Aldebaran	α Tau	+16	— 5	jun 1	jun 11	jul 2	mei 10	mei 25
Rigel	β Ori	— 8	—31	jun 10	jul 19	aug 2	apr 25	mei 8
Betelgeuse	α Ori	+ 7	—16	jun 20	jul 11	jul 26	mei 16	mei 30
Sirius	α CMa	—17	—40	jul 2	aug 13	aug 26	mei 2	mei 16
Castor	α Gem	+32	+10	jul 14	jun 25	jul 15	jul 11	aug 21
Procyon	α CMi	+ 5	—16	jul 15	aug 2	aug 15	jun 1	jun 19
Pollux	β Gem	+28	+ 7	jul 16	jul 6	jul 23	jul 4	aug 6
Regulus	α Leo	+12	+ 0	aug 23	aug 22	sep 3	jul 18	aug 24
Denebola	β Leo	+15	+12	sep 19	sep 7	sep 19	sep 23	okt 31
Spica	α Vir	—11	— 2	okt 16	okt 18	okt 30	aug 27	okt 9
Arcturus	α Boo	+19	+31	okt 29	sep 28	okt 10	dec 6	dec 25
Gemma	α CrB	+27	+44	nov 18	okt 2	okt 15	jan 5	jan 20
Antares	α Sco	—26	— 5	dec 1	dec 7	dec 25	okt 14	nov 19
Ras Alhague	α Oph	+13	+36	dec 16	nov 9	nov 22	jan 11	jan 24

Voor sommige sterren liggen de tijdstippen T_2 en T_3 ongeveer symmetrisch t.o.v. de conjunctie met de zon. Bijvoorbeeld Altaïr, Rigel, α Ophiuchi. Bij andere stelt men een belangrijk verschil vast, en het is hiervoor niet nodig dat de ster zich ver van de ecliptica bevindt. Zie bijvoorbeeld Regulus. Hier speelt de helling van de ecliptica op de horizon een grote rol. Wanneer bv. Regulus 's morgens in het oosten weer zichtbaar wordt, staat de ecliptica steil op de horizon; het is dus begrijpelijk dat de ster dan vlug uit de zonnegloed te voorschijn treedt: de heliakische opkomst gebeurt slechts 11 dagen na de conjunctie met de zon. Doch wanneer Regulus in het westen staat, maakt de ecliptica een kleine hoek met de horizon, en de heliakische ondergang (T_3) gebeurt 36 dagen vóór de conjunctie.

Wij verzoeken nu de lezer om met eigen ogen het begin en het einde van de zichtbaarheid van de heldere sterren gade te slaan. Vergelijk uw bevindingen met de door ons berekende tijdstippen T_2 en T_3. Observeer uitsluitend bij goed doorzichtige lucht. Ga ook na hoeveel dagen u kunt 'winnen' met door een binoculair in plaats van met het blote oog te observeren.

boekbesprekingen

Maanatlas en hemelfotografie voor de amateur

Tijdens mijn verblijf in de U.S.A. zoek ik naar boeken op sterrekundig gebied die van belang zijn voor de nederlandse amateur. In het algemeen zullen we mijns inziens, in Hemel en Dampkring nederlandstalige boeken moeten bespreken. Goede uitzonderingen zijn boeken met weinig tekst of werken over een specifiek onderwerp, dat nog niet in het nederlands werd behandeld.

Twee boeken, beide uitgegeven door Dover Publications in New York (in Nederland vertegenwoordigd door Meulenhoff, Amsterdam) trokken mijn aandacht.

De 'Lunar Atlas' samengesteld door Dinsmore Alter, oud-directeur van de Griffith Sterrenwacht is prachtig. Op een formaat van 25 × 31 cm worden 154 volle pagina's aan foto's gewijd. De meeste van deze pagina's bevatten een grote foto, soms zijn er meerdere foto's op een pagina, totaal aantal foto's 219. De rest van de